teressat per saber-ne més pot consultar. Les aplicacions més fructíferes han estat en el camp de la compressió del senyal (so, imatge o vídeo) i l'eliminació de soroll (*denoising*) i són les que s'expliquen més a bastament d'acord amb l'experiència dels autors. Una part està dedicada a mostrar l'ús de les ondetes en la resolució d'equacions diferencials. Cal remarcar també l'extensa bibliografia que ocupa més del deu per cent de l'extensió de l'obra.

Jordi Saludes
UPC

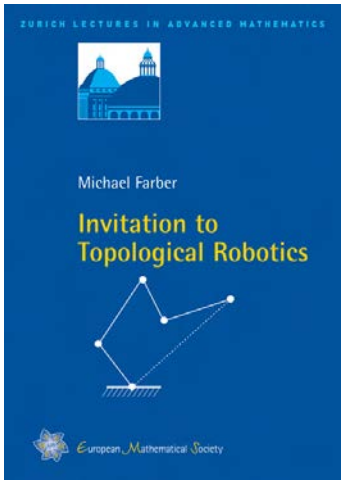
Invitation to topological robotics

Autor: Michael Farber
Editorial: EMS Publising House, 2008.

El moviment dels objectes en entorns complexos té molt a veure no tan sols amb la posició, sinó també amb l'orientació (qualsevol persona que condueixi sap de què estic parlant). A la robòtica, aquesta qüestió és encara més punyent, atès que les decisions de moviment dels robots autònoms són preses per màquines. D'aquesta manera, quan es tracta d'assolir una certa posició amb una mà de robot, és important d'arribar-hi en una direcció determinada. Passa el mateix quan es planifica el moviment d'un robot mòbil que ha de navegar per un entorn complicat on hi ha passadissos estrets. Uns altres tipus de problemes tenen a veure amb les possibles posicions que poden adoptar els actuadors d'un braç de robot en relació amb la posició i orientació de la mà. Tots aquests temes es poden formalitzar associant les posicions i orientacions de l'objecte a unes coordenades dins d'un espai mètric adient.

Aquest llibre explora les relacions entre la topologia i els aspectes globals de les possibles configuracions de mecanismes al pla o a l'espai. El concepte d'espai de configuracions és central en aquest estudi i cal tenir en compte que aquest terme designa diferents coses en cadascun dels capítols.

Així, al primer capítol, s'estudien els espais de configuracions dels mecanismes articulats al pla, formats per baules rígides que formen un cicle, i dels quals suposem que tenim dos vèrtexs consecutius fixats. Aquest problema és equivalent a estudiar l'espai de móduli dels polígons de n costats fixats sota l'acció de les semblances directes del pla. Tot depèn aquí de la proporció entre les longituds i, en el cas més senzill dels triangles, hi ha dos casos genèrics que corresponen a si es compleix estrictament la desigualtat triangular o no. En el primer cas, fixada una aresta, hi ha dos triangles possibles (simètrics respecte de l'aresta fixada) i, en el segon cas, l'espai de configuracions és buit. Enmig es troba el cas límit en el qual una aresta és la suma de les altres dues. En aquest cas, el triangle degenera a un únic segment. El següent cas considerat correspon als quadrilàters i ja és més interessant: obtenim espais de configuracions que són o bé un punt, la circumferència, la unió puntual de dues circumferències, o bé dues circumferències desconnectades.



L'estudi general d'aquesta part depèn de l'existència de subconjunts de longituds amb relacions de dependència entera. Per als resultats d'aquesta part, s'usa essencialment teoria de Morse en presència d'una involució compatible. També es parla d'una conjectura de Walker sobre si la cohomologia de l'espai de configuracions determina el vector de longituds del mecanisme (llevat de reordenació i de proporcionalitat, és clar). Seguidament, s'aborda una conjectura que fa pensar en la celebrada qüestió de Kac sobre fins a quin punt l'espectre de les vibracions d'un

tambor en determina la forma. El capítol es tanca amb l'estudi asimptòtic de les mitjanes dels nombres de Betti de l'espai de configuracions per a mecanismes aleatoris quan el nombre de baules tendeix a infinit; tema que és interessant en biologia molecular.

El segon capítol es dedica a la característica d'Euler-Poincaré de l'espai de configuracions de n partícules que es mouen sense col·lisió dins un políedre X. L'objecte fonamental aquí és la sèrie de potències d'Euler-Gal que ve a ser la funció generadora de les característiques de cada espai de configuracions respecte del número de partícules. És remarcable que, per a qualsevol políedre finit, la sèrie esmentada correspongui a una funció racional de la qual en podem calcular numerador i denominador a partir de la topologia del complex inicial. S'estudia especialment el cas en què X és un graf.

La teoria de nusos del braç de robot és el tema següent. Aquí reprenem els mecanismes del capítol primer, però ara amb un extrem lliure, i ens demanem si hi ha alguna posició al pla que no es pugui desplegar completament tenint en compte que les baules del mecanisme no es poden creuar (problema del fuster). Descobrim que, al pla, l'espai de configuracions no és tan sols arc-connex sinó que el quocient d'aquest pel grup d'isometries positives del pla és contràctil. No passa el mateix en dimensions superiors i és fàcil de trobar contraexemples a l'espai. El següent problema tracta de la rigidesa de combinacions planes formades per baules rígides completades amb barres que poden allargar-se.

El darrer capítol es dedica a l'estudi topològic de la planificació del moviment, és a dir, de les maneres de passar d'una configuració a una altra dins de l'espai de configuracions X d'un sistema mecànic. El problema es formalitza com la cerca de seccions del fibrat de camins de X sobre $X \times X$. La complexitat topològica de X s'associa al número mínim de parts de la base del fibrat on una secció és contínua. Es dóna una fita superior de la complexitat en termes de la dimensió de X i de la seva connectivitat.

En resum, és un llibre interessant per al lector amb base matemàtica, però temo que, malgrat el títol, no convida gaire a qui, procedent de la robòtica, vol veure quines matemàtiques hi tenen relació. Probablement la part més interessant per a mi és la secció final, en la qual es recomanen lectures posteriors i s'esmenten les referències més aplicades.

El llibre és en general clar, a excepció de les figures que són escasses i algunes encara no prou ben pensades (particularment confosa és una figura en la qual se'ns mostra en traç gruixut una circumferència en presència de corones circulars).

Jordi Saludes
UPC

Racó biogràfic

Hermann Günther Grassmann (1809–1877)

Hermann Günther Grassmann (1809-1877), de qui el proper 15 d'abril celebrarem el segon centenari del naixement (coincidint amb el 302 d'Euler), fou un veritable científic multidisciplinari, amb aportacions especialment rellevants en matemàtiques, física i lingüística. Tercer dels onze fills de Justus Günther Grassmann, professor de matemàtiques i física del Gymnasium (Institut) d'Stettin, i de Johanne Luise Friederike Medenwald, fou inicialment educat per ella, aprengué a tocar el piano i anà a una escola privada fins que va poder entrar al Gymnasium. D'estudiant més aviat fluixet (el seu pare pensava que podria ser jardiner o artesà), va anar progressant fins acabar, als 18 anys, segon de la seva promoció. Això li permeté, dins el sistema prussià d'ensenyament, anar a estudiar a la Universitat de Berlín com Robert, el seu germà gran. Del 1827 al 1830, hi estudià teologia, llengües clàssiques, filosofia i literatura. De retorn a Stettin, es prepará durant un any per a l'habilitació com a professor en teologia i en matemàtiques i física, que aprengué, sens dubte orientat i influenciat pel seu pare, de manera autodidacta. Obtinguda l'habilitació el desembre del 1831, el 1832 passà a ser professor assistent d'una escola